



Серия №11. Векторы – 2

7 июля

1. Дана точка O , прямая l , не проходящая через O , и различные точки $P_1, P_2, \dots, P_{2025}$, лежащие на прямой l . Можно ли нарисовать 2025-звенную замкнутую ломаную такую, что для каждого отрезка OP_i нашлось бы параллельное и равное ему звено ломаной?
2. Дано $2n$ векторов на плоскости, причем набор векторов нельзя разбить на 2 части с одинаковой длиной суммы. Двое по очереди берут себе по одному вектору. Выигрывает тот, у кого длина суммы его векторов будет больше. Кто выиграет при правильной игре, начинающий или его противник?
3. На сторонах многоугольника, вписанного в окружность диаметра 1, расставлены стрелки. Докажите, что длина суммы полученных векторов не превосходит 2.
4. Через точку O проходит прямая l . Из точки O проведены 2025 единичных векторов, лежащих в одной полуплоскости относительно l . Докажите, что длина их суммы больше 1.
5. Даны несколько векторов, длины которых не превосходят 1. Докажите, что, умножив некоторые из них на -1 , можно добиться того, чтобы длина суммы всех векторов не превосходила $\sqrt{2}$.
6. Из точки O на плоскости проведено несколько векторов, сумма длин которых равна 4. Доказать, что можно выбрать один или несколько векторов, длина суммы которых больше 1.
7. На окружности с центром O и радиусом 1 лежат 100 точек P_1, P_2, \dots, P_{100} . Известно, что каждый угол $\angle P_i O P_{i+1}$ ориентирован по часовой стрелке и принадлежит отрезку $[90^\circ; 180^\circ]$. Найдите максимально возможную длину вектора $\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + \dots + \overrightarrow{OP_{100}}$.